தமிழ்மணம் சர்வதேசத் தமிழ் ஆய்விதழ்
Tamilmanam International Research Journal of Tamil Studies | ISSN(o): 3049-0723
[Impact Factor: 9.47] Monthly, Peer-Reviewed, Refereed, Indexed Journal with IC Value : 86.87
Volume - 1, Issue - 09, June - 2025

DOIs: https://doi.org/10.63300/tmxxxxxxxxxx --:-- Research Paper

GRAPH THEORY – TREES

Dr. K.Sangavai
Professor, Department of Mathematics, PSG College of Technology
Coimbatore – 641004
Email: sks.maths@psgtech.ac.in

Abstract: *Education in the mother tongue plays a vital role in a nation's educational development. It ensures inclusive access to learning for all segments of the population and contributes to raising overall educational standards. Learning in one's native language enhances comprehension, especially of complex concepts. This is particularly true in fields such as engineering and technology, where understanding in the mother tongue can significantly aid practical application. In this article, we introduce the fundamental concepts of Graph Theory—a branch of applied mathematics with wide-ranging applications—presented in our native language, Tamil. We also explore a special class of graph theory: Trees.*

Key Words: *Education, Mother Tongue, Tamil Language, Applied Mathematics, Graph Theory, Trees*

வரைபடக்கோட்பாடு - மரங்கள்

முனைவர் கி. சங்கவை,
பேராசிரியை, கணிதத்துறை
பூ.சா.கோ.தொழில்நுட்பக்கல்லூரி, கோயம்புத்தூர் – 641004
Email: sks.maths@psgtech.ac.in

Abstract: *தாய்மொழி வழிக் கல்வியானது ஒரு நாட்டின் கல்வி வளர்ச்சிக்கு மிகவும் அவசியமானது. இது ஒரு நாட்டின் மக்கள்தொகையின் அனைத்து பிரிவினருக்கும் கல்வி வாய்ப்புகளை வழங்க உதவுகிறது. தாய்மொழி வழிக் கல்வியை ஊக்குவிப்பதன் மூலம், ஒரு நாடு தனது கல்வித் தரத்தை மேம்படுத்தலாம். தாய்மொழியில் கற்கும் கல்வியில் புரிதல் அதிகம். அதுவும் பொறியியல் மற்றும் தொழில்நுட்பக்கல்வியை தாய் மொழியில் கற்கும் போது அதனைப் பயன்பாட்டிற்கு கொண்டுவருவது மிகவும் எளிது. அந்த வகையில் பல்வேறு துறைகளில் பயன்பாடுகள் அதிகம் கொண்டதும் , பயன்பாட்டுக் கணிதத்தின் ஓர் உட்பிரிவானதுமான வரைபடக்கோட்பாடு மற்றும் அதன் சிறப்பு வகுப்பான மரங்கள் குறித்தும் நம் தாய்மொழியாம் தமிழ் வழி இக்கட்டுரையில் அறிவோம்!.*

குறிப்பு சொற்கள் *: பழக்கவழக்கங்கள், திருமணம், காதல் திருமணம், வரதட்சணை, ஆண்மையச்செயல்பாடு, ஆடம்பரம், சுய சாதி*

1. முன்னுரை:

எந்த ஒரு பொருளின் அல்லது அறிவின் உண்மையான மதிப்பு, அது எவ்வளவு அரியது அல்லது நுட்பமானது என்பதில் மட்டுமல்ல. நாம் எவ்வாறு திறம்படப்பயன்படுத்தி அதனால் எத்தகைய நன்மைகளை அடைகிறோம் என்பதில்தான் உள்ளது. பயன் படுத்தப்படாத வாள் கூட தன் கூர்மையை இழந்து விடுகிறது. அறிவும் அப்படித்தான். அன்றாட வாழ்க்கையில் ஏற்படும் சிக்கல்களைத்தீர்க்கும் போது தான் அது முழுமையடைகிறது.

கணிதம்:

கணிதம் என்பது அளப்பரிய மதிப்புடைய ஒரு துறையாகும். அதன் பயன்பாடு இல்லாத இடமே இல்லை என்று சொல்லலாம். கணிதம் என்பது வெறும் பாடம் மட்டும் அல்ல, அது சிந்திக்கவும், தீர்வு காணவும், முறையான முடிவுகளை எடுக்கவும் உதவும் முக்கியமான கருவியாகும். இது நம் அன்றாட வாழ்வியல், அறிவியல், தொழில்நுட்பம், பொருளாதாரம், மற்றும் புள்ளியியல் உள்ளிட்ட பல துறைகளில் முக்கியப் பங்கு வகிக்கிறது. குறிப்பாக வணிகம், பொறியியல், கணினி அறிவியல், மற்றும் கட்டடக் கலை போன்றவை கணிதத்தின் பயன்பாட்டிற்கு சிறந்த உதாரணங்களாகும். இதனால், கணிதம் என்பது ஒரு பாடமல்ல, வாழ்க்கையின் அங்கமாகும்.

பயன்பாட்டு கணிதம் (Applied Mathematics):

பயன்பாட்டு கணிதம் என்பது கணிதக் கோட்பாட்டிற்கும் நடைமுறை பயன்பாட்டிற்கும் இடையிலான பாலமாகும். பொறியியல், இயற்பியல், சுகாதாரம், சுற்றுச்சூழல் ஆய்வுகள், பொருளாதாரம் மற்றும் நிதி போன்ற துறைகளில் உள்ள உறுதியான சிக்கல்களைத் தீர்க்க நிறுவப்பட்ட கணிதக் கருத்துக்களை எடுத்து அவற்றைப் பயன்படுத்துவதை இது உள்ளடக்கியது. கணிதக் கருத்துக்களை அவர்களின் சொந்த நலனுக்காக ஆராய்வது மட்டுமல்லாமல், நம்மைச் சுற்றியுள்ள உலகத்தைப் புரிந்துகொள்ளவும் மனித வாழ்க்கையின் பல்வேறு அம்சங்களை மேம்படுத்தவும் கருவிகளாகப் பயன்படுத்துவதே இதன் குறிக்கோள்.

பயன்பாட்டு கணிதத்தின் ஒரு மூலக்கல்லானது கணித மாதிரியாக்கம் (Mathematical Modelling) ஆகும், இது உலக அமைப்புகளின் நடத்தையை விவரிக்க கணித மொழியைப் பயன்படுத்தும் ஒரு முறையாகும். கணித மாதிரிகள் சில நேரங்களில் எளிய நேரியல் சமன்பாடுகள் அல்லது வடிவியல் வரைபடங்களாக இருக்கலாம்; சில வேளைகளில் கணக்கீட்டு முறைகள் அல்லது அவற்றின் தீர்வுக்கு தேவையான பெரிய தரவுத் தொகுப்புகள் அடங்கிய சிக்கலான உருவகப்படுத்துதல்களாகவும் இருக்கலாம். இக்கட்டுரையில் வடிவியலை அடிப்படையாகக்கொண்டதும், பயன்பாட்டு கணிதத்தின் ஒரு முக்கிய உட்பிரிவானதுமான “வரைபடக்கோட்பாடு” (Graph Theory) பற்றியும் அதன் ஒரு சிறப்புப்பிரிவான மரங்கள் குறித்தும் அறிந்து கொள்ள இருக்கிறோம்.

2. வரைபடம்(GRAPHS):

‘வரைபடம்’ என்றால் பெரும்பாலானோர் நினைவுக்கு வருவது கார்ட்டீசியன் வரைபடங்கள் தான். ஆனால், வரைகலை கொள்கையில் ‘வரைபடம்’ என்பது மாறுபட்ட ஒரு பொருளாக கருதப்படுகிறது. இங்கு, இது கருத்தில் கொள்ளப்படும் பொருட்களுக்கிடையேயான இணைவை பிரதிபலிக்கும் ஒரு கணித அமைப்பாக (Mathematical Structure) புரியப்படுகிறது. இந்த வகையில், ஒரு வரைபடம் வலைப்பின்னலின் (Networks) காட்சி பிரதிநிதியாகவும் பார்க்கப்படுகிறது."

வரைபடக்கோட்பாட்டின் வரைபட வரையறை:

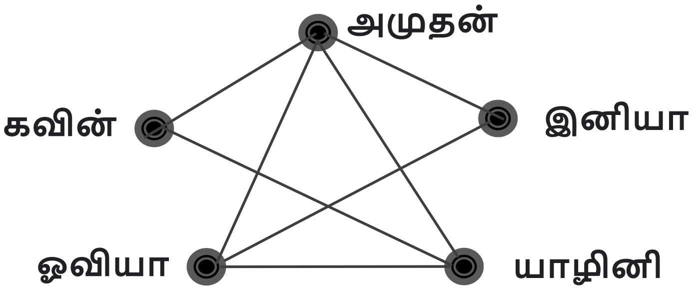
வரைபடம் என்பது முனைகள் எனப்படும் புள்ளிகள் மற்றும் அவற்றை இணைக்கும் கோடுகளின் (வரிப்பிரிவுகள்) தொகுப்பாக வரையறுக்கப்படுகிறது. இரண்டு புள்ளிகளுக்கு இடையே தொடர்பு அல்லது உறவு இருப்பின், அவற்றை இணைக்கும் ஒரு வரிப்பிரிவு அங்கே அமையும்.

"எடுத்துக்காட்டாக, சமீபகாலமாக அதிக ஆர்வத்தை பெற்ற ஒரு துறையாக இருக்கும் சமூக ஊடகத் துறையை (Social Media) எடுத்துக் கொள்ளலாம். இதை நாம் என்றாவது கணிதப்பார்வையில்

நோக்கி இருக்கிறோமா? அது கூட கணிதத்தின் ஒரு வடிவமே! இத்துறையை நாம் ஒரு வரைபடமாக காட்சி படுத்த முடியும். சமூக ஊடகத் துறையில் உள்ள நபர்களை புள்ளிகளாகக் கொண்டு, 'தோழமை' என்பதை உறவாகக் கொண்டால், தோழர்களாக இருக்கும் இருவர் இடையே ஒரு இணைப்புக் கோடு வரையலாம். இதையே சமூக ஊடக வரைபடம் என்று அழைக்கலாம். உதாரணத்திற்கு நாம்

அ = {கவின், இனியா, அமுதன், ஓவியா, யாழினி }

- என்பதை ஊடகத் துறையில் பணிபுரியும் சிலரைக்கொண்ட அணியாகக் கொள்வோம். பின்வரும் வரைபடம் அவர்களுக்கு இடையே உள்ள “தோழமை” என்ற உறவை மாதிரிப் படுத்துகிறது.



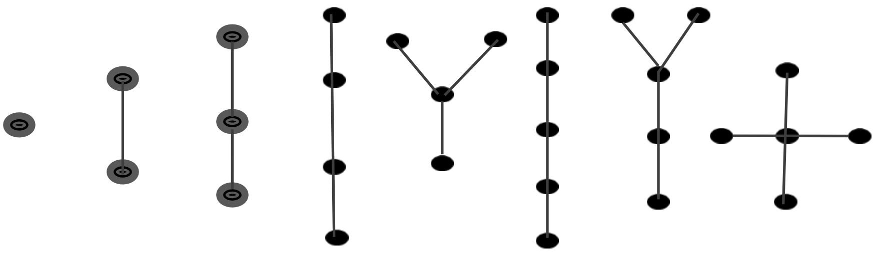
படம் 1: ஊடகத்துறை வரைபடம்

இந்த வரைபடத்தின் வாயிலாக நாம் அறியும் பல செய்திகளில் ஒன்று, அமுதன் எனும் நபர் குழுவில் உள்ள அனைத்து நபர்களுடன் தோழமையில் உள்ளார். இரண்டு, இனியாவும் ஓவியாவும் கவினுக்கு நேரடி தோழிகள் அல்ல. இது போன்ற இன்னும் பல செய்திகளை இந்த வரைபடம் கொடுக்கின்றது.

3. வரை படங்களின் சிறப்பு வகுப்புகள் - மரங்கள்:

வரைபடக்கோட்பாட்டின் கீழ் வரைபடங்கள் சில சிறப்பு வகுப்புகளாகக் கருதப்படுகிறது. இவையே வரைபடக்கோட்பாட்டின் அடித்தளமாக அமைகிறது. வரைபடக்கோட்பாட்டின் ஆய்வின் போது கிடைக்கப்பெறும் முடிவுகள், தேற்றங்கள் ஆகியவை, முதலில் இந்த சிறப்பு வகுப்பு வரைபடங்களுக்கே ஆராயப்பட்டு மெய்ப்பிக்கப்படும். பின்னரே அவை பொதுமைப்படுத்தப்பட்டு ஆய்வறிக்கைகளாக வெளியிடப்படும். அத்தகைய வரைபடச் சிறப்பு வகுப்புகளில் முக்கியமான ஒன்று “மரங்கள்” (TREES). இக்கட்டுரையில் அவற்றின் பண்புகள் மற்றும் பயன்பாடுகள் குறித்து அறிய உ ள்ளோம்.

3.1 வரையறை: ஒரு மரம் என்பது சுழற்சிகள் இல்லாமல் இணைக்கப்பட்ட வரைபடம் ஆகும். மரத்தின் ஓரங்கள் கிளைகள் எனப்படும். **n** புள்ளிகள் கொண்ட மரவரைபடம் T_n என்று குறிக்கப்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக, பின்வரும் படத்தில் இருக்கும் அனைத்தும் மரங்களே. இங்கு ஆறுக்கும் குறைவான புள்ளிகளைக் கொண்ட அனைத்து மரங்களும் காட்டப்பட்டுள்ளன.



படம் 2: மரங்கள் வரைபடம்

3.2 மரங்களின் பண்புகள்:

ஒரு மரம் என்ற வரைபடம் பின்வரும் சமமான நிபந்தனைகளில் ஏதேனும் ஒன்றைப் பூர்த்தி செய்கிறது:

- ஒரு இணைக்கப்பட்ட சுழற்சிகள் இல்லா வரைபடம்.
- T சுழற்சிகள் இல்லா வரைபடம், மேலும் T உடன் ஏதேனும் வரிப்பிரிவு(Edge) சேர்க்கப்பட்டால் ஒரு எளிய சுழற்சி(Simple cycle) உருவாகும்.
- T ஒரு இணைக்கப்பட்டுள்ள வரைபடம், ஆனால் T இலிருந்து ஏதேனும் ஒற்றை வரிப்பிரிவு (Edge) அகற்றப்பட்டால் துண்டிக்கப்படும்.
- T ஒரு இணைக்கப்பட்ட வரைபடம் மற்றும் முழுமையான வரைபடம் K_3 இதன் சிறிய பகுதியாக அமையாது.
- T இல் உள்ள எந்த இரண்டு புள்ளிகளையும் ஒரு தனித்துவமான (ஒற்றை) எளிய பாதை மூலம் இணைக்க முடியும்.
- T இல் n புள்ளிகள் இருந்தால் பின்வரும் நிபந்தனைகளும் உண்மை ஆகும்.
- T ஒரு n – 1 வரிப்பிரிவுகளைக்கொண்ட இணைக்கப்பட்ட வரைபடம்.
- இணைக்கப்பட்ட T ல் உள்ள ஒவ்வொரு துணை வரைபடமும், வரிப்பிரிவுகளே விழாத அல்லது ஒரேயொரு வரிப்பிரிவு மட்டுமே விழுந்துள்ள, குறைந்தது ஒரு புள்ளியைப் பெற்றிருக்கும்.
- T ஒரு எளிய சுழற்சிகள் அற்ற n – 1 வரிப்பிரிவுகளைக்கொண்டது.

3.3 மரங்களின் பயன்பாடுகள்:

மர வரைபடங்கள் (Tree Graphs) என்பது கணிதத்தின் ஒரு முக்கிய அம்சமாகும். இது கோட்பாட்டியல் கணிதத்தில் (Graph Theory) பயன்படுத்தப்படும் அடிப்படை ரீதியான கட்டமைப்புகளில் ஒன்றாகும். இவை வேறுபட்ட துறைகளில் பலவிதமான பயன்பாடுகளை கொண்டுள்ளன. கீழே சில முக்கியமான பயன்பாடுகள் கொடுக்கப்பட்டுள்ளன:

3.3.1 கணினி அறிவியல் (Computer Science):

கணினி அறிவியல் என்பது நம் வாழ்வியலில் இணைந்து விட்ட ஒரு தவிர்க்கமுடியா அங்கமாகும். இத்துறையிலும் மர வரைபடங்கள் மிகவும் பயன் படக்கூடியதாக விளங்குகிறது.

- **தரவுக் கட்டமைப்பு (Data Structure)**
  இருமை மரம் (Binary Tree), இருமை தேடல் மரம் (Binary Search Tree), மற்றும் AVL மரம் போன்றவை தரவுகளை ஒழுங்குபடுத்தவும் தேடல்களை எளிமைப்படுத்தவும் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.
- **கோப்பு முறைமை (File System)**

  கணினியின் கோப்பகங்கள் மற்றும் கோப்புகள் ஒரு மர வடிவத்தில் (hierarchical structure) அமைக்கப்பட்டுள்ளன. இவ்வாறு அமைப்பதால், கோப்பின் உள்ளடக்கம் குறித்து எளிதில் அறியலாம்.

- **பாதை அறியும் வழிமுறைகள் (Routing Algorithms)**
  தரவுகளை வழிமுறை செய்து வலைப்பின்னலின் சரியான பாதையில் செலுத்த மர வரைபடங்கள் பயன்படுகின்றன.

3.3.2. உயிரியல் (Biology):

அறிவியலின் ஓர் அங்கமான உயிரியல் துறையிலும் இதன் பயன்பாடுகள் எண்ணிலடங்கா. அவற்றில் சில:

- **உயிரின விளக்க மரம் (Phylogenetic Tree)**

  உயிரினங்களின் பரிணாம வரலாறுகளை விளக்க மற்றும் ஒப்பிட மர வரைபடங்கள் பயன்படுகின்றன.

- **ஒரு உயிரினத்தின் வளர்ச்சி மற்றும் செயல்பாட்டிற்கான மரபணு தகவல்களைக் கொண்டு செல்லும் மூலக்கூறான DNA மற்றும் ஊண் வளர்க்கும் புரத ஆராய்ச்சி**

  மர வடிவத்தில் நிரலிடுதல் மூலம் மரபணுக்களைப் பற்றி விவரிக்கப்பட்டு ஆராய்ச்சி செய்யப்படுகிறது .

3.3.3. கணிதம் மற்றும் வழிமுறைகள் (Mathematics and Algorithms):

கணிதமும், கணித அறிவியலும் மிகவும் சார்புடைய துறைகள் ஆகும். கணினி நிரல்களை எழுத பயன்படும் வழிமுறைகள் பெருபாலும் கணிதம் சார்ந்தவையே! அவை பயன் பாட்டுக்கணிதத்தின் ஓர் அங்கமாகும். அவற்றில் முக்கியமானவை சில:

- **குறுகிய பாதை கண்டறிதல் (Shortest Path Finding)**

  டிக்ஸ்ட்ரா (Dijkstra's) மற்றும் பிரிம்ஸ் (Prim's) போன்ற வழிமுறைகளில் மர வரைபடங்களை அடிப்படையாகக் கொண்டுதான் குறுகிய பாதை கண்டறியப்படுகிறது. இதன் அடிப்படையில் தான் கூகுல் வரைபடங்கள் இயங்குகிறது என்பது அறியப்படவேண்டிய ஒன்று

- **முடிவு மரங்கள் (Decision Trees)**

  ஒரு முக்கிய சூழலில் முடிவுகளை எடுப்பதற்கும் ஒவ்வொரு முடிவுக்கும் கிடைக்கும் பலனை கணிக்கவும் முடிவு மரங்கள் பயன்படுத்தப்படுகிறது.

3.3.4. செயற்கை நுண்ணறிவு (Artificial Intelligence):

கணினித் துறையில், வருங்காலத்தில் இந்தியாவில் மட்டுமல்லாது உலக அளவில் அதிகமான வேலை வாய்ப்புகளை அளிக்கக் கூடிய துறையாக செயற்கை நுண்ணறிவுத் (Artificial Intelligence) துறை விளங்க உள்ளது அனைவரும் அறிந்ததே. அந்த துறையிலும் இந்த மரங்கள் பல பயன்பாடுகளைக் கொண்டுள்ளது.

- **விளையாட்டு மரம் (Game Trees)**

  சூதாட்ட விளையாட்டில் திட்டமிடல், செஸ் போன்ற விளையாட்டுகளில் முடிவுகளை கணித்தல் போன்றவற்றில் மர வரைபடங்கள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

- **இயந்திர கற்றல் (Machine Learning)**

  முடிவு மரங்கள்(Decision Trees) மற்றும் சீரற்ற காடு (Random Forest) போன்ற முறைமைகள் இயந்திர கற்றலில் கணிப்புகள் செய்ய பெரிதும் உதவுகின்றன.

3.3.5. நிதி மற்றும் வணிகம் (Finance and Business):

நிதி மற்றும் வணிகம் ஆகியவை ஒரு நாட்டை வழிநடத்தவும், அந்நாட்டின் வளர்ச்சியிலும் பெரும் பங்கு வகிக்கும் துறைகள் ஆகும். இத்துறைகளில் மரங்களின் பயன்பாடுகள் சில:

- **முடிவெடுப்பில் உதவி**

  வணிக முடிவுகளை எடுக்க மர வடிவ அமைப்புகள் தீர்மான மரங்களாக(Decision Trees) பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

- **பங்குச் சந்தை ஆராய்ச்சி**

  பங்கு செயல்பாடுகளை கணிக்க மர அமைப்புகள் பயன்படுகின்றன.

3.3.6. மின்னணு பொறியியல் (Electrical Engineering):

மின்னணு பொறியியல் துறையிலும் இந்த மரங்களின் பயன்பாடுகள் எண்ணற்றவை. அவற்றில் சில:

- **மின்சுற்றை வடிவமைத்தல் (Circuit Design)**

  சரியான வழிமுறையில் மின்சாரத்தை பிரிக்க மர வடிவமைப்புகள் பயன்படுத்தப்படுகின்றன.

- **மிகப் பெரிய அளவிலான மின்னணுக்கள் ஒருங்கிணைப்பு (VLSI)**

  மிகப் பெரிய அளவிலான மின்னணுக்கள் ஒருங்கிணைப்பு (VLSI) என்பது மில்லியன் கணக்கான அல்லது பில்லியன் கணக்கான MOS டிரான்சிஸ்டர்களை ஒரு சிப்பில் இணைப்பதன் மூலம் ஒரு ஒருங்கிணைந்த சுற்று (IC) உருவாக்கும் செயல்முறையாகும். இத்தகைய வேலையின் போது சேதமில்லாத தரவுகளைக் கணக்கிட மர வரைபடங்கள் பயன்படுகின்றன.

3.3.7. அன்றாட வாழ்வில் மரங்களின் பயன்பாடுகள் (Everyday Applications)

மேலே குறிப்பிட்டவை மட்டுமின்றி, நம்முடைய அன்றாட வேலைகளிலும் இந்த மரங்கள் பயன்படுகிறது. எடுத்துக்காட்டாக பின்வருவனவற்றைக் கூறலாம்

- **நேர மேலாண்மை**

  பணி ஒழுங்கு அமைக்க, திட்டமிடல் மர வரைபடங்களைப் பயன்படுத்தலாம்.

- **வெளிப்படையான தகவல் தொகுப்பு**

  அனைத்து தகவல்களையும் தரவுச் சரியாக ஒழுங்கமைக்க இது உதவுகின்றது. உதாரணத்திற்கு, மாணவர்கள் தேர்வுக்கு தயார் செய்யும் போது ஒவ்வொரு பாடத்தின் உள்ளடக்கத்தையும் அவற்றின் தொடர்புக்கு ஏற்றவாறு ஒரு மர அமைப்பில் எழுதி வைத்துக்கொண்டால், கடைசி நிமிட நினைவூட்டலுக்கு மிகவும் பயனுள்ளதாக அமையும்.

இங்கு குறிப்பிடப்பட்டவை மரங்களின் எண்ணற்ற பயன்பாடுகளில் சிலவே! மொத்தத்தில், மர வரைபடங்கள் ஏறக்குறைய அனைத்து துறைகளிலும் சிக்கலான தரவுகளை எளிமையாக கையாள உதவும் ஒரு வல்லமை கொண்ட கருவியாக இருக்கின்றன என்றால் அது மிகையாகாது!

முடிவுரை:

வலைப்பின்னல்கள் (NETWORKS) இல்லா உலகை இன்று நாம் நினைத்துக்கூட பார்க்க முடியாது. எல்லா வகை வலைப்பின்னல்களையும் மாதிரி படுத்தவும் அதனைப் பற்றி ஆராயவும் அவற்றின் பயன்பாட்டின் போது ஏற்படும் சிக்கல்களைத் தீர்க்கவும் மிகவும் பயனுள்ள இந்த பயன்பாட்டுக் கணிதத்தின் உட்பிரிவான வரைபடக்கோட்பாடு குறித்தும் அதன் ஒரு சிறப்பு வகுப்பான மரங்கள் குறித்தும் அறிந்து பயன்பட்டு மகிழ்வோம்!

சான்றாதாரங்கள்:

1. Blockeel Hendrik , Devos Laurens , Frénay Benoît , Nanfack Géraldin , Nijssen Siegfried, "முடிவெடுக்கும் மரங்கள்: திறமையான கணிப்பிலிருந்து பொறுப்பான செயற்கை நுண்ணறிவு வரை" , Frontiers in Artificial Intelligence, Volume 6, 2023.
2. D. Mienye, N. Jere: "முடிவு மரங்கள் பற்றிய ஆய்வு: கருத்துகள், வழிமுறைகள் மற்றும் பயன்பாடுகள்", IEEE Access, 2024.
3. Douglas B. West, "வரைபடக் கோட்பாட்டின் அறிமுகம்", Pearson Education, India 2015.
4. Enoch, Olanite, Joseph, Oloyede, Emmanuel, Williams, Barnty, Aria, Javiera, Jose, Dylan, Diego, Catalina, "தரவு கட்டமைப்புகள் மற்றும் வழிமுறைகள்: மரங்கள், வரைபடங்கள் மற்றும் ஹாஷ் அட்டவணைகள், வகைப்படுத்துதல் மற்றும் தேடுதல்", 2024.
5. Jonathan Gross, Jay Yellen, "வரைபடக் கோட்பாடு மற்றும் அதன் பயன்பாடுகள்", CRC Press, New York, 2018.

6. KHIN AYE TIN, "வரைபடக் கோட்பாட்டில் மிகக் குறுகிய பரந்த மரம் மற்றும் பாதையின் பயன்பாடுகள்", IRE Journals, Volume 3, Issue 2, 2019.
7. M. C. S. K. P. A. P., "இருமத்தேடல் மரம் மற்றும் அதன் பயன்பாடுகள்: ஓர் ஆய்வு", International Journal on Recent and Innovation Trends in Computing and Communication, 3(11), 6200–6203. 2015.
8. Rajwant K. Kalia, Rakesh Pathak, "மர உயிரியல் மற்றும் உயிரித் தொழில்நுட்பம்", Springer Publications, 2025.

REFERENCES:

1. Blockeel Hendrik , Devos Laurens , Frénay Benoît , Nanfack Géraldin , Nijssen Siegfried, "Decision trees: from efficient prediction to responsible AI", Frontiers in Artificial Intelligence, Volume 6, 2023.
2. D. Mienye, N. Jere: Survey of Decision Trees: Concepts, Algorithms, and Applications, IEEE Access, 2024.
3. Douglas B. West, "Introduction to Graph Theory", Pearson Education, India 2015.
4. Enoch, Olanite, Joseph, Oloyede, Emmanuel, Williams, Barnty, Aria, Javiera, Jose, Dylan, Diego, Catalina, "Data Structures and Algorithms: Trees, graphs, and hash tables, Sorting and searching algorithms", 2024.
5. Jonathan Gross, Jay Yellen, "Graph Theory and Its Applications", CRC Press, New York, 2018.
6. KHIN AYE TIN, "Applications of The Shortest Spanning Tree and Path on Graph Theory", IRE Journals, Volume 3, Issue 2, 2019.
7. M. C. S. K. P. A. P., Binary Search Tree and Its Applications: A Survey. International Journal on Recent and Innovation Trends in Computing and Communication, 3(11), 6200–6203. 2015.
8. Rajwant K. Kalia, Rakesh Pathak, Tree Biology and Biotechnology, Springer Publications, 2025.

Copyright (c) Author

This work is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License.